3.4 Vergrößerung des Sehwinkels durch optische Instrumente

Definition der Vergrößerung V

$$V = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \tag{111}$$

wobei ε der Sehwinkel mit und ε_0 der Sehwinkel ohne Instrument ist. Wir arbeiten im folgenden immer mit der Kleinwinkelnäherung, setzen also $\tan\epsilon = \epsilon$ etc.

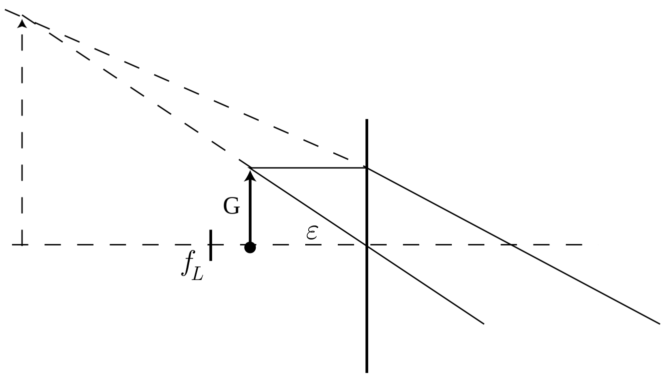

Abbildung 21: Strahlengang der Lupe

3.4.1 Lupe:

In Abb. 21 steht der Gegenstand innerhalb der Brennweite der Lupe. Aus dem Strahlengang folgt mit Hilfe der Linsengleichung

$$\epsilon = \frac{G}{g} = \frac{G}{b} + \frac{G}{f_L} \tag{112}$$

mit positivem Vorzeichen von b, da die auf der Dingseite liegende virtuelle Bildweite b negativ gezählt wird. Mit der Definition $\varepsilon_0 = G/s_0$, worin s_0 die sog. deutliche Sehweite (25 cm) ist, ergibt sich

$$V = \frac{s_0}{g} = \frac{s_0}{f_L} + \frac{s_0}{b} \quad , \tag{113}$$

also

$$V = \frac{s_0}{f_L} + 1 \tag{114}$$

als maximale Vergrößerung ($b = s_0$) und

$$V = \frac{s_0}{f_L} \tag{115}$$

bei Beobachtung mit „entspanntem Auge“ ($b = \infty$). Diese Formel verwenden wir bei der Diskussion von Mikroskop und Fernrohr.

3.4.2 Mikroskop:

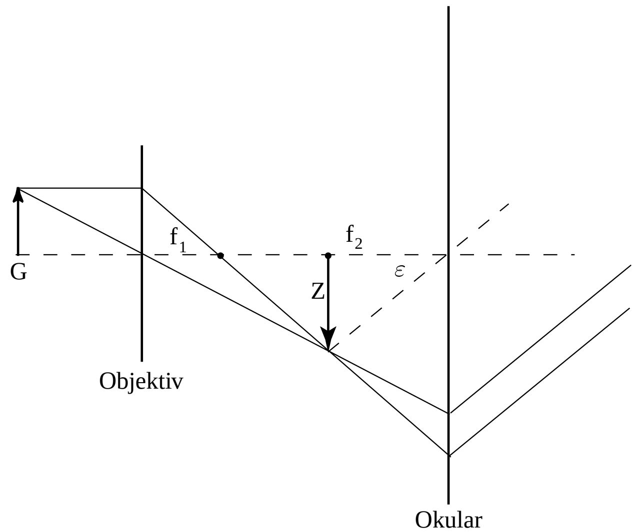

Abbildung 22: Grundsätzlicher Strahlengang im Mikroskop

Im Mikroskop werden 2 Linsen kurzer Brennweite kombiniert. Die erste Linse ist das Objektiv, die 2. Linse das Okular, welches als Lupe dient. Mit $\varepsilon_0 = G/s_0$ und (Abb. 22) $\varepsilon = Z/f_2$ folgt

$$V = \frac{Z s_0}{G f_2} \ . \tag{116}$$

Wegen der kurzen Brennweite des Objektivs ist der Abstand zwischen dem Zwischenbild und dem Objektiv praktisch gleich der Tubuslänge t, also dem Abstand zwischen beiden Linsen. Daher erhalten wir $Z/G \approx t/f_1$ und

$$V = \frac{(t - f_1 - f_2)s_0}{f_1 f_2} \approx \frac{t s_0}{f_1 f_2} \ . \tag{117}$$

3.4.3 Fernrohr:

Im Fernrohr (Abb. 23) hat das Objektiv eine lange Brennweite und das Okular eine kurze Brennweite. Mit $\varepsilon_0 = Z/f_1$ und $\varepsilon = Z/f_2$ folgt

$$V = \frac{f_{\mathrm{Objektiv}}}{f_{\mathrm{Okular}}} \ . \tag{118}$$

Dieses astronomische Fernrohr entwirft ein umgekehrtes Bild.

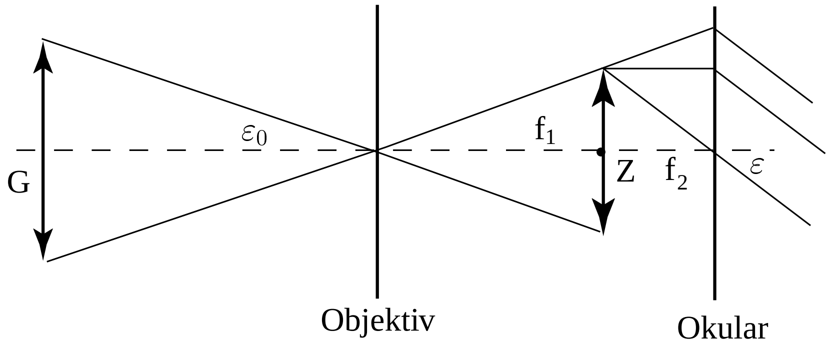

Abbildung 23: Grundsätzlicher Strahlengang im Fernrohr

3.5 Das Auflösungsvermögen optischer Instrumente

3.5.1 Grundlagen

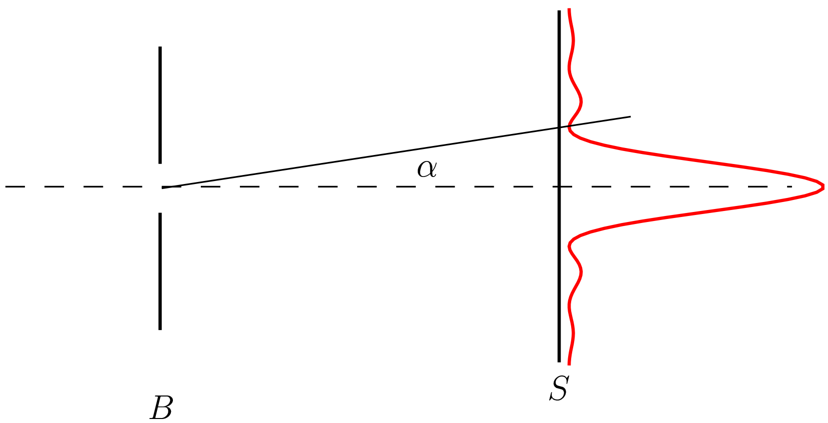

Abbildung 24: Beugung an einer begrenzenden Öffnung. Der Schirm befindet sich in einem großen Abstand L ($L \gg D^2/\lambda$) vom Spalt.

Die geometrische Optik behandelt nur Punkt zu Punkt Abbildungen und vernachlässigt die Beugung. An jeder bündelbegrenzenden Öffnung wie an der Blende B der Abb. 24 findet aber Beugung statt, sodaß auf dem Schirm S eine Beugungsfigur auftritt. Das erste Minimum erscheint bei Benutzung der Kleinwinkel-Näherung unter dem Winkel

$$\alpha = \frac{\lambda}{D} \quad , \tag{119}$$

wobei D die Breite des Spaltes ist. Bei einer kreisförmigen Blende mit dem Durchmesser D gilt

$$\alpha = \frac{1.22\lambda}{D} \quad . \tag{120}$$

In der Brennebene einer Linse werden Richtungen nach Abständen umsortiert, wobei der Abstand zweier Punkte in der Näherung kleiner Winkel durch $a = \varphi f$ gegeben ist (Abb. 25). Aus einem Punkt wird durch die Beugung ein Scheibchen mit dem Radius

$$a_{\text{min}} = \frac{1.22\lambda f}{D} \quad . \tag{121}$$

Wenn man ansetzt, daß zwei Beugungsscheibchen noch getrennt werden können, falls das Maximum des ersten Scheibchens in das Minimum des zweiten fällt, ergibt sich für die Winkelauflösung

$$\varphi_{\text{min}} = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{a_{\text{min}}}{f} \quad . \tag{122}$$

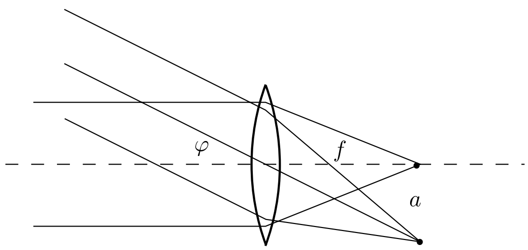

Abbildung 25: Richtungsfokussierung in der Brennebene einer Linse

3.5.2 Anwendungen:

Auge: Der minimale Abstand von Dingpunkten auf der Netzhaut

$$a_{\text{min}} = \frac{1.22\lambda f}{D} = \frac{1.22\lambda_V f}{nD} \tag{123}$$

ist in etwa dem Abstand der Zäpfchen angepaßt. In dieser Formel ist n der Brechungsindex der Augenflüssigkeit.

Fernrohr: Für den minimalen dingseitigen Winkelabstand, der noch aufgelöst werden kann, gilt die Bedingung

$$\varepsilon_{0,\text{min}} = \frac{1.22\lambda}{D_{\text{Obj}}} \quad . \tag{124}$$

Die Unruhe der Luft begrenzt auf der Erde i.a. die Winkelauflösung auf eine Bogensekunde ($\approx 3 \cdot 10^{-4}$).

Mikroskop: Für den minimalen auflösbaren Abstand von zwei Dingpunkten gilt

$$d_{\text{min}} = \frac{1.22\lambda f_{\text{Obj}}}{D_{\text{Obj}}} \quad . \tag{125}$$

D/f wird numerische Apertur genannt.

Lochkamera: Für den geometrischen Durchmesser D_B, der von einem leuchtenden Punkt im Abstand a vor einem Loch (Durchmesser D) auf einem Schirm im Abstand b hinter dem Loch erzeugt wird, ergibt die geometrische Konstruktion

$$D_B = \frac{D(a+b)}{a} \quad . \tag{126}$$

Der Vergleich mit der Größe des vom Loch erzeugten Beugungsscheibchens legt als optimalen Durchmesser des Lochs

$$D_{\text{opt}}^2 = \frac{2ab\lambda}{a+b} \tag{127}$$

fest, die Lochkamera wirkt also wie eine Linse der Brennweite

$$f_{\text{Loch}} = \frac{D^2}{2\lambda} \quad . \tag{128}$$